

时间固定效应

- 对于 λ_t ，一种处理方法是直接设定 t 的函数形式，比如线性趋势：

$$\lambda_t = \lambda t$$

或者二次趋势：

$$\lambda_t = \lambda_1 t + \lambda_2 t^2$$

等。

- 然而这些设定都有很强的函数形式假定：对于任意的非线性的、偶发的冲击都无法很好的建模。

两种不同的模型

- 虽然对于时间固定效应 λ_t 的处理相对简单，然而，由于 $N \rightarrow \infty$ ，对 α_i 的处理相对困难。
- 注意 α_i 也是一个随机变量，根据对 α_i 的假设不同，通常来讲有两类不同的模型可以使用：
 - 随机效应 (random effects) 模型
 - 固定效应 (fixed effects) 模型
- 两者的关键区别在于 α_i 与解释变量 x_{it} 之间相关性假设。在介绍两种方法之前，我们首先介绍使用传统的最小二乘法及其所需要的假设。

外生性假设

根据之前OLS一致性的讨论，为了使得一致性成立，我们需要假设 $\mathbb{E}(v_{it}|x_{it}) = 0$ ，而为了保证 $\mathbb{E}(v_{it}|x_{it}) = 0$ 成立，我们通常将其分解为两个单独的假设：

当期外生性， contemporaneous exogeneity

假设对于所有的 i, t ，有 $\mathbb{E}(u_{it}|x_{it}) = 0$ 。

以及：

个体异质性的外生

假设对于所有的 i ，有 $\mathbb{E}(\alpha_i|X_i) = 0$ 。

外生性假设

- 注意以上仅仅假设了当期的 u_{it} 和当期的 x_{it} 不相关
- 但是由于不可观测的个体异质性 α_i 出现在了每一期的方程中，因而需要 α_i 和所有期的 x_{it} 都不相关，可以简写为 α_i 和 X_i 不相关。
- 由于本章中主要考虑个体异质性 α_i 的问题，因而我们暂且忽略 u_{it} 与 x_{it} 的相关性。
- 当然在实证中，如果 u_{it} 与 x_{it} 相关，那么这种外生性的违背是需要重点考虑的。

POLS统计性质

- 如果记 $V_i = \alpha_i + U_i$ ，那么回归式可以写为 $Y_i = X_i\beta + V_i$
- 将其带入到混合最小二乘的估计式中，有：

$$\begin{aligned}
 \hat{\beta}_{POLS} &= \left(\sum_{i=1}^N X_i' X_i \right)^{-1} \left[\sum_{i=1}^N X_i' (X_i\beta + V_i) \right] \\
 &= \beta + \left(\sum_{i=1}^N X_i' X_i \right)^{-1} \left(\sum_{i=1}^N X_i' V_i \right) \\
 &= \beta + \left(\sum_{i=1}^N X_i' X_i \right)^{-1} \left[\sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T (x_{it} v_{it}) \right]
 \end{aligned}$$

POLS实例

俄罗斯大选

```

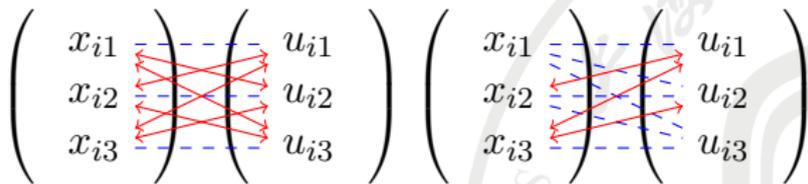
1 use datasets/NTV_Aggregate_Data_reshaped.dta
2 // 年1995并没有成立NTV
3 gen Watch_probit_p=0
4 replace Watch_probit_p=Watch_probit if year==1999
5 // 回归POLS
6 reg Votes_SPS_ Watch_probit_p i.region i.year if
   year!=2003, cluster(tik_id)
7 // reghdfe
8 reghefe Votes_SPS_ Watch_probit_p if year!=2003, a(
   i.region i.year) cluster(tik_id)

```

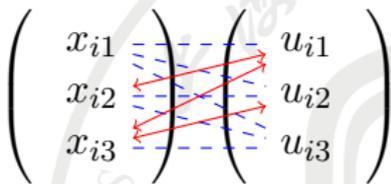
随机效应模型

- 虽然我们可以使用混合最小二乘得到估计，但是由于 α_i 的存在，误差项 V_i 的协方差矩阵不会是一个同方差、无自相关的理想情况
- 而这种理想情况是BLUE所需要的，这也就意味着有效性的缺失。
- 为了达到有效性，我们可以使用误差项 V_i 的协方差结构进行广义最小二乘（generalized least squares, GLS）。

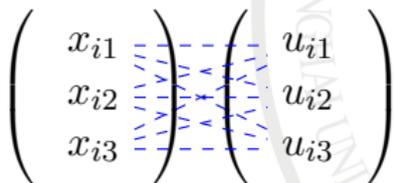
随机效应的假设



(a) 当期外生性



(b) 序贯外生性



(c) 严格外生性

严格外生性

- 然而以上序贯外生性还是无法保证 $\mathbb{E}(X_i' \Omega^{-1} V_i) = 0$ 成立，实际上为了保证该条件成立，我们需要更严格的外生性，即：

严格外生性， strict exogeneity

假设对于所有的 i, t ，有 $\mathbb{E}(u_{it} | X_i) = 0$ 。

- 上图(c)展示了严格外生性，即需要假设所有期的 x 和所有期的 u 都不相关，这是一个最严格的外生性假设。
- 在严格外生性的条件下，我们可以得到 $\mathbb{E}(X_i' \Omega^{-1} V_i) = 0$ 成立，从而GLS估计量或者随机效应估计量 $\hat{\beta}_{GLS}$ 是 β 的一致估计。

随机效应实例

俄罗斯大选

在俄罗斯大选的例子中，如果需要使用随机效应估计量，可以使用：

```
1 xtreg Votes_SPS_ Watch_probit_p i.region i.year if  
   year!=2003, re cluster(tik_id)
```

其中xtreg命令为面板数据回归命令，而re选项则指定使用随机效应模型进行估计，此外，标准误被聚类到个体层次。

- 在xtreg命令中，robust选项与cluster(panel_id)是等价的，由于该例该面板本身为选区层面面板，此时使用cluster(tik_id)与直接加入robust选项是等价的。
- 但是在其他命令如reg、reghdfe等并没有这一设定，仍然需要手动使用cluster()进行聚类。

固定效应

- 可见，以上两种方法：通过加入个体固定效应得到的LSDV估计量 $\hat{\beta}_{LSDV}$ 以及通过去平均得到的固定效应估计量 $\hat{\beta}_{FE}$ 是完全等价的。
- 实际上，根据我们之前的结论，加入个体固定效应意味着所有的比较都在组内（个体内部的不同时间之间）进行，因而以上估计量又被成为组内估计量（**within-group estimator**）。

可用的variation

- 组内估计量：估计

$$\ddot{y}_{it} = \ddot{x}'_{it}\beta + \ddot{u}_{it}$$

得到 $\hat{\beta}^{WG}$

- 等价于LSDV，因而只包含了同一个体不同时间的比较。
- 组间估计量：估计

$$\bar{y}_i = \bar{x}'_i\beta + \bar{u}_i$$

得到 $\hat{\beta}^{BG}$

- 只比较了不同个体的均值。
- 固定效应为组内估计量，而POLS、RE为两者的组合。

固定效应v.s.随机效应、混合最小二乘

固定效应估计量与随机估计量的优缺点：

- 从假设强弱来看：
 - 固定效应所需假设更弱，更稳健
 - 随机效应、POLS假设更强：需假设 $\mathbb{E}(\alpha_i|x_i) = 0$
- 另一个重要区别：
 - 固定效应不能估计不随时间变化的变量的系数
 - 随机效应、POLS可以

